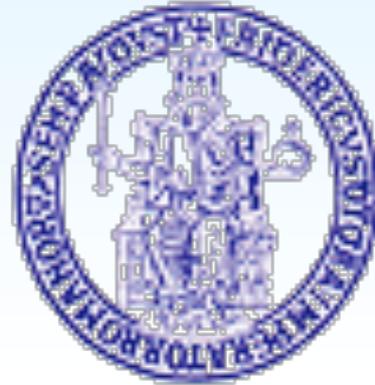


Sistemi di Elaborazione delle Informazioni



**Univ. degli studi “Federico II”
di Napoli**

ing. Antonio Fratini



Caratteristiche statiche e dinamiche di un strumento di misura

- E' importante specificare le caratteristiche offerte da uno strumento di misura per conoscere quanto fedelmente uno strumento di misura riproduca il misurando, quanto dipenda da possibili interferenze
- Le prestazioni di uno strumento di misura si dividono in statiche e dinamiche (in base alla frequenza del segnale di ingresso)
- Le caratteristiche **STATICHE** descrivono le prestazioni dello strumento in continua. Ad es. la risposta dello strumento ad un ampio intervallo di valori in ingresso, le non-linearità, effetti statistici, etc.
- Le caratteristiche **DINAMICHE** descrivono le prestazioni dello strumento in alternata. Richiedono l'uso di equazioni differenziali per esprimere il comportamento



Errori nelle misure

- **Errori dovuti allo strumento di misura**
 - **Variazioni di temperatura**
 - **Invecchiamento**
 - **Imperfette tracciatura e suddivisione della scala dello strumento**
 - **Imperfezioni della struttura meccanica dello strumento**
- **Errori di lettura**
 - **Errore di parallasse**
 - **Errore di apprezzamento**
- **Errori causati dalle operazioni di misura**



Errori nelle misure

- **Errori SISTEMATICI**

- Rimangono costanti ripetendo l'operazione di misura, oppure hanno un andamento prevedibile. Ad esempio gli errori dovuti agli strumenti di misura sono errori sistemati: l'imperfetta tracciatura della scala comporta un errore costante. La variazione dell'indicazione con la temperatura è invece un errore avente andamento prevedibile.

- **Errori ACCIDENTALI o ALEATORI**

- Sono errori che non si mantengono costanti e non hanno un andamento prevedibile ripetendo l'operazione di misura; hanno un andamento fluttuante in alcune misure in eccesso, in altre in difetto.



Definizioni degli errori: Errore Assoluto

- Si definisce come errore assoluto e_a di una misura la differenza tra il valore misurato della grandezza x_m ed il valore esatto x :

$$e_a = x_m - x$$



Definizioni: Errore Relativo e Percentuale

- Nella pratica interessa riferire l'errore al valore misurato; infatti si può dire che l'errore è piccolo o grande, e quindi più o meno tollerabile, se lo si confronta con la misura della grandezza.
- Errore RELATIVO

$$e_r = e_a/x = |x_m - x|/x$$

- Errore PERCENTUALE

$$e^{\circ} = [e_a/x] \cdot 100 = [|x_m - x|/x] \cdot 100$$



Esempio

- **Valore misurato:** **223 V**
- **Valore vero:** **220 V**

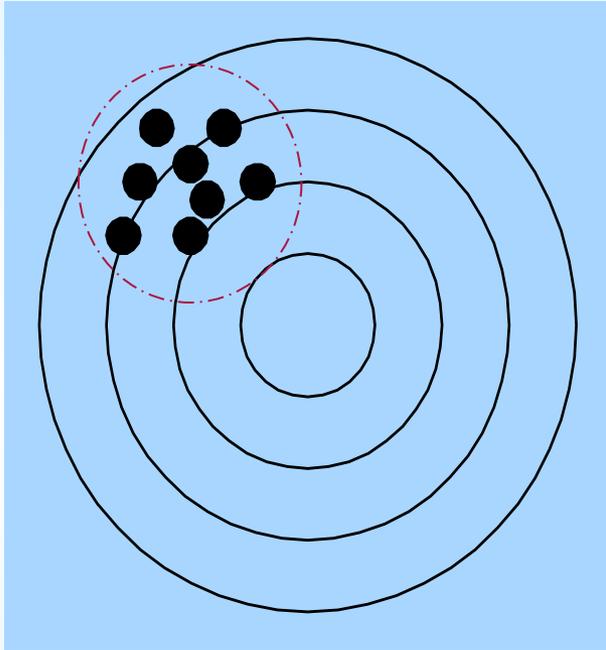
- **Errore assoluto** **$223\text{ V} - 220\text{ V} = 3\text{ V}$**

- **Errore relativo** **$3\text{ V} / 220\text{ V} = 0.0136 \dots$**

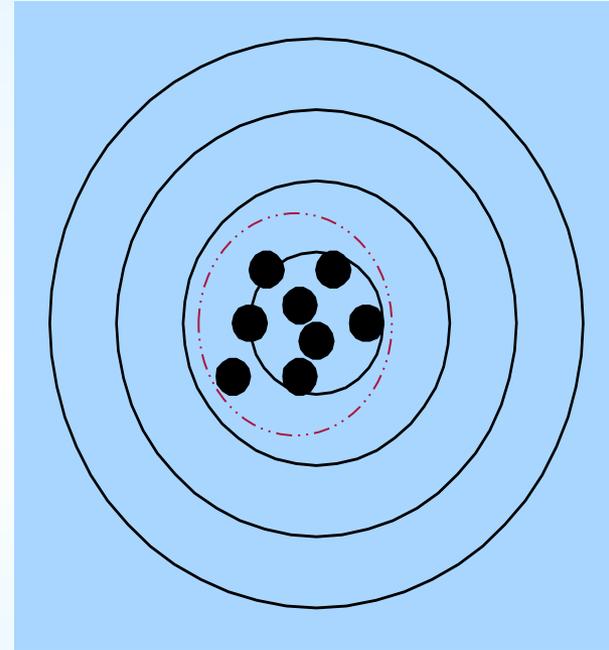
- **Errore percentuale** **$(3\text{ V} / 220\text{ V})100 = 1.36\%$**



PRECISIONE (ACCURACY) di una misura



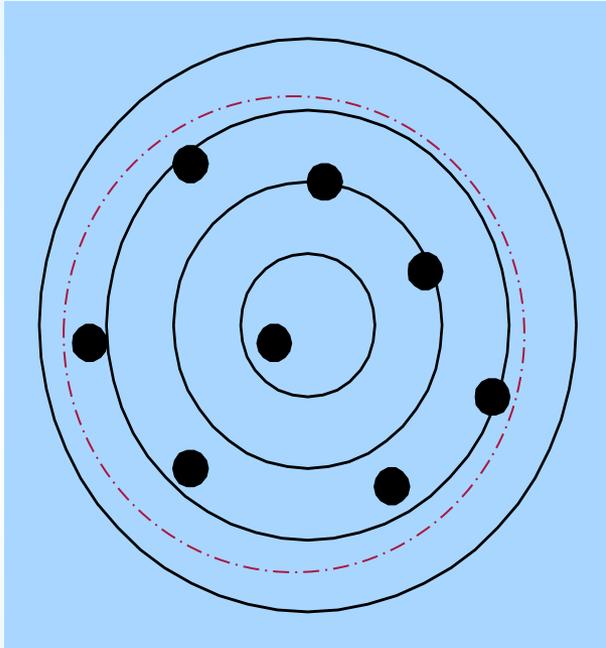
**Dati sperimentali con
bassa precisione (accuracy)**



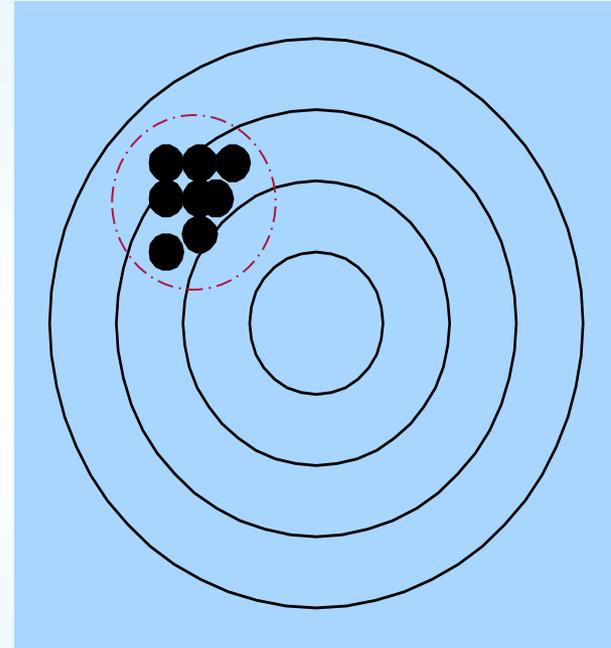
**Dati sperimentali con
alta precisione (accuracy)**



RIPRODUCIBILITA' di una misura



**Dati sperimentali con
bassa riproducibilità**



**Dati sperimentali con
alta riproducibilità**



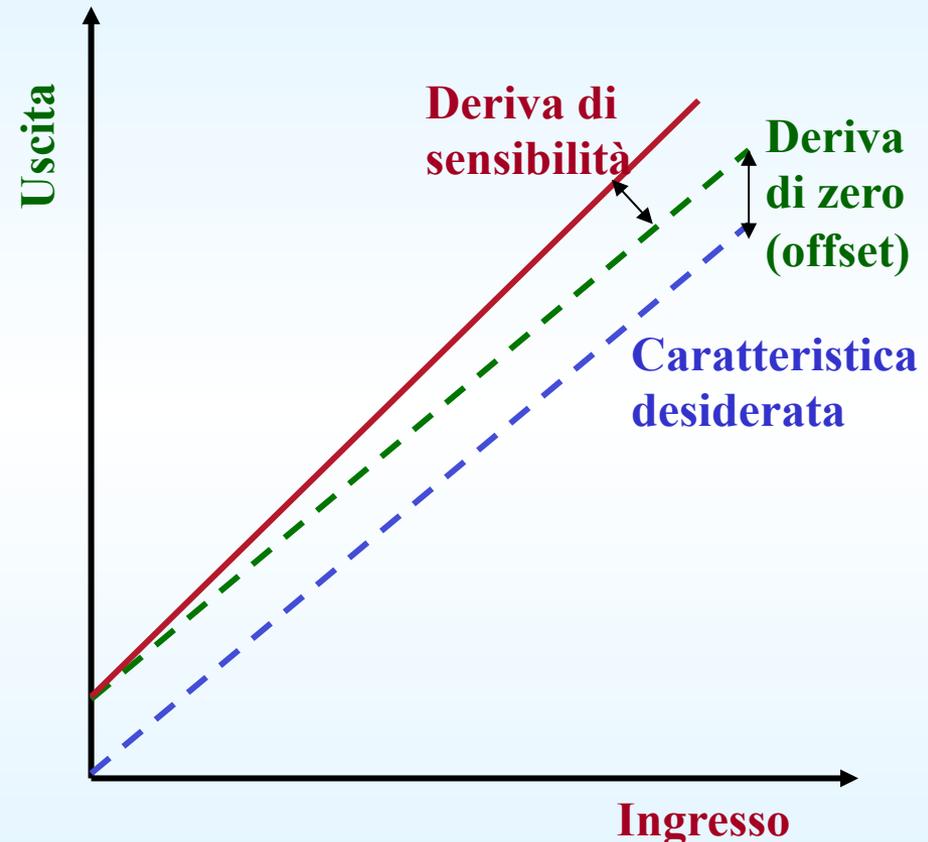
Campo di misura

- **E' il massimo intervallo entro cui lo strumento è in grado di misurare la grandezza di ingresso (rispettando le specifiche dichiarate)**
- **Per uno strumento lineare è di uso comune il termine campo di funzionamento lineare.**

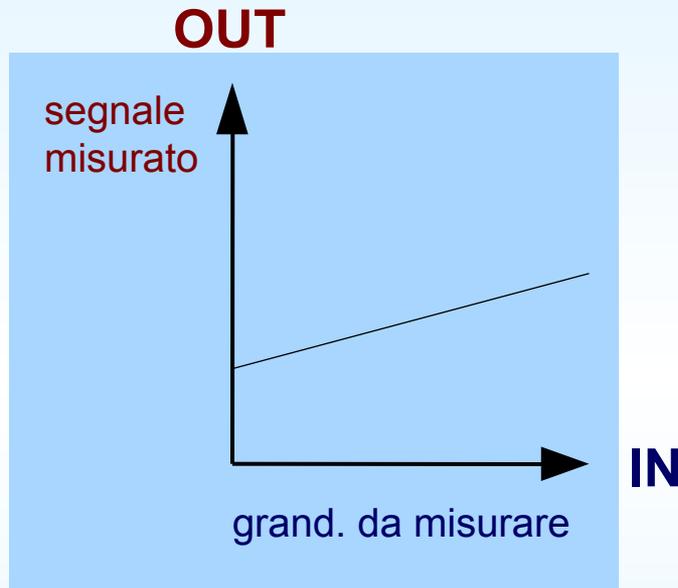


Sensibilità statica

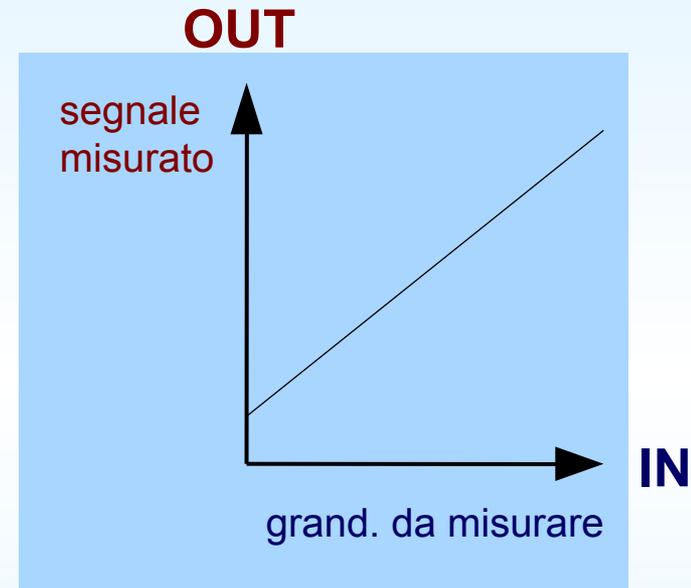
- La sensibilità statica di uno strumento è la pendenza della curva ingresso-uscita in corrispondenza di uno specificato valore dell'ingresso.
- Se la curva ingresso uscita è una retta, la sensibilità non dipende dal valore di ingresso e coincide con il coefficiente angolare della retta



SENSIBILITA'



Bassa sensibilità

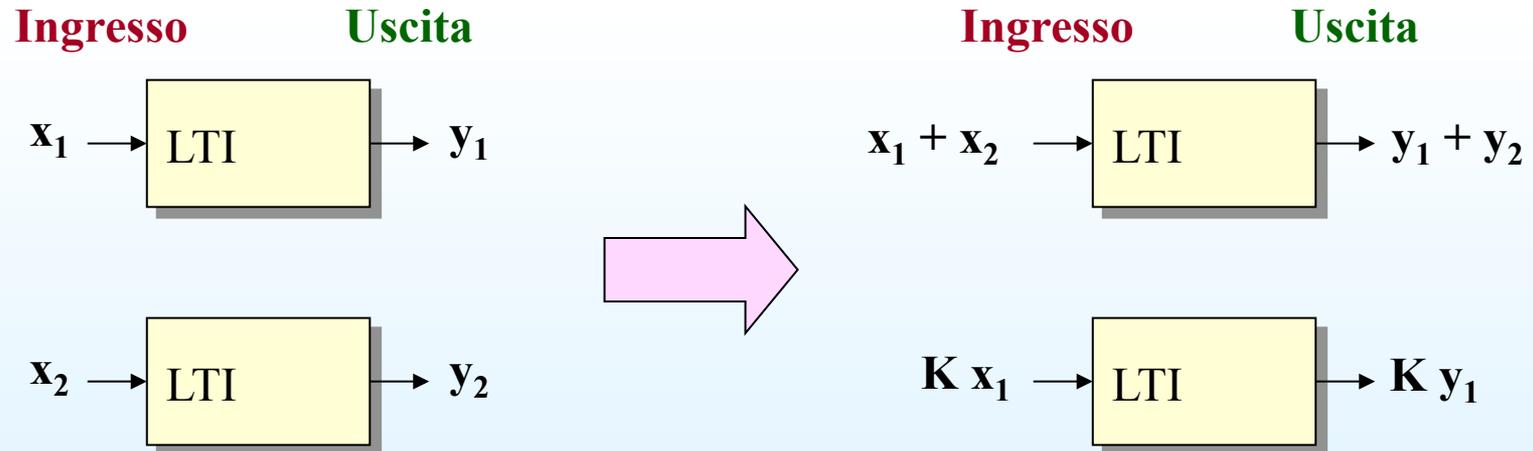


Alta sensibilità



Linearità

- Un sistema è lineare se soddisfa il principio di sovrapposizione degli effetti



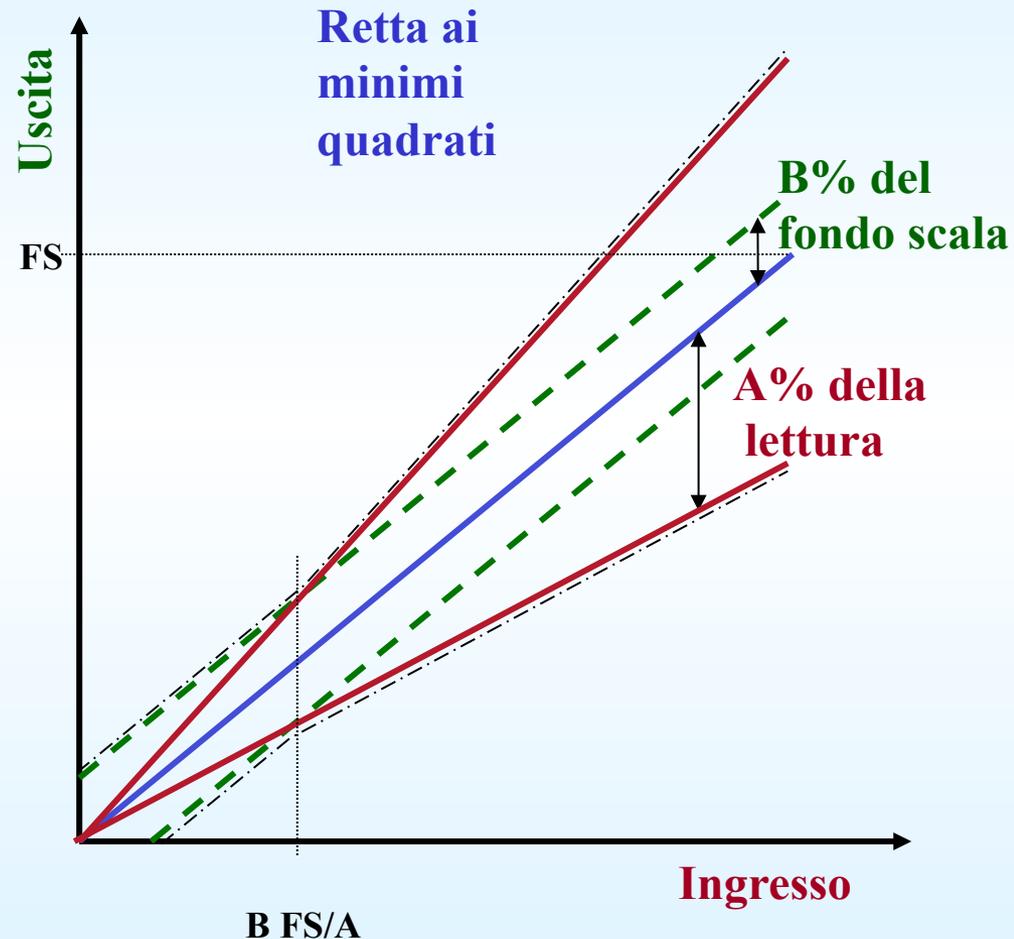
Scostamento dalla linearità

- Nella pratica nessuno strumento ha una risposta perfettamente lineare (ed è utile sapere di quanto).
- Come indice di scostamento dalla linearità si assume la massima deviazione di un qualunque punto di calibrazione dalla retta dei minimi quadrati, espressa come percentuale dei valori letti, o del fondo scala, o di una loro combinazione.
- Questo ultimo metodo è probabilmente il più realistico e porta alla definizione di un indice detto di non-linearità indipendente secondo il quale si assume come errore di linearità il maggiore tra $\pm A\%$ l'errore percentuale sul valore letto e $\pm B\%$ l'errore percentuale del fondo scala.
- Cioè si scelgono i valori A e B in modo che l'errore sia sempre inferiore al più grande tra $A = y(z)/100$ e $B = FS/100$



Scostamenti dalla linearità

- Il primo termine ($\pm A\%$ del valore letto) riconosce la desiderabilità di un errore percentuale su tutto il campo di misura. Ciò richiederebbe errori assoluti tendenti a zero quando tende a zero il valore letto.
- Il secondo termine ($\pm B\%$ del fondo scala) tiene proprio conto dell'impossibilità di avere errori assoluti estremamente piccoli presso lo zero.



Calibrazione statica

- Le prestazioni statiche di uno strumento si misura si ottengono determinando la relazione ingresso uscita denominata curva di calibrazione statica.
- Durante la calibrazione statica si cercano di mantenere costanti tutti gli altri ingressi (indesiderati o modificanti), mentre l'ingresso in esame è fatto variare entro un prefissato intervallo di valori e si osservano i corrispondenti valori dell'uscita, una volta raggiunto l'equilibrio.
- Ovviamente nel processo di calibrazione statica l'ingresso deve essere misurato con uno strumento dotata di precisione superiore (ad es. 10 volte maggiore)



Calibrazione statica

- **Esempio:**
calibrazione
statica di un
manometro
nell'intervallo
0-10 Kpa
dapprima in
senso crescente
(cerchietti) e poi
in senso
decrescente
(astrerischi)

Tabella 3.1
Dati di calibrazione

Pressione vera kPa	Pressione indicata	
	crescente (o)	decre- scente(*)
0.000	-1.12	-0.69
1.000	0.21	0.42
2.000	1.18	1.65
3.000	2.09	2.48
4.000	3.33	3.62
5.000	4.50	4.71
6.000	5.26	5.87
7.000	6.59	6.89
8.000	7.73	7.92
9.000	8.68	9.10
10.000	9.80	10.20

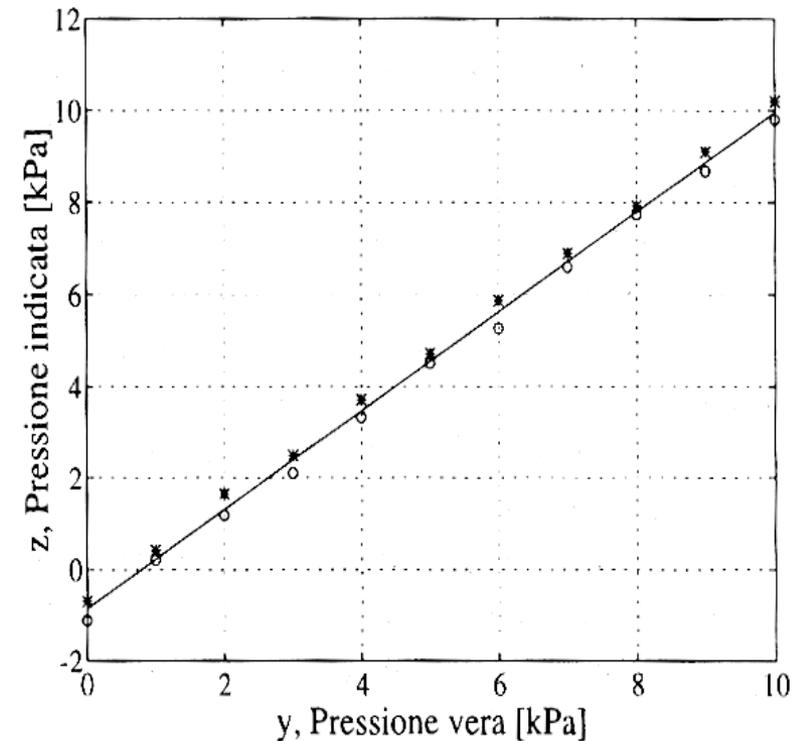


Figura 3.1 Calibrazione statica di un manometro



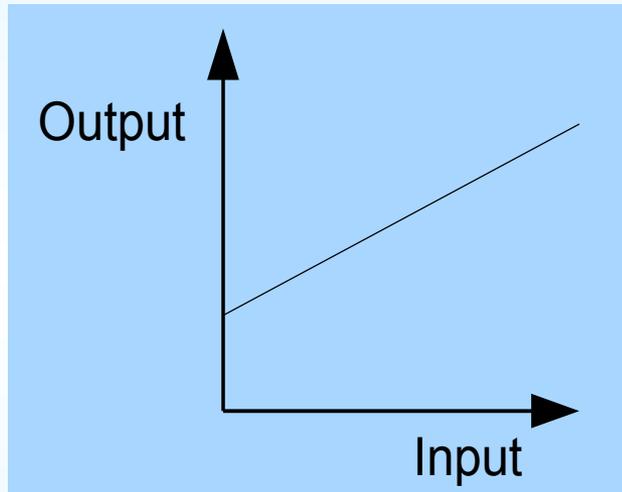
Calibrazione statica

- La curva di calibrazione statica può essere spesso approssimata da una retta (nel nostro caso possiamo esprimerla come $z=ay+b$).
- Si pone allora il problema di trovare quale sia l'equazione della retta che meglio approssimi i dati sperimentali (ad es. si minimizzi la somma dei quadrati delle differenze tra i dati indicati dallo strumento e quelli previsti dalla retta).
- Tale problema ha la seguente soluzione:

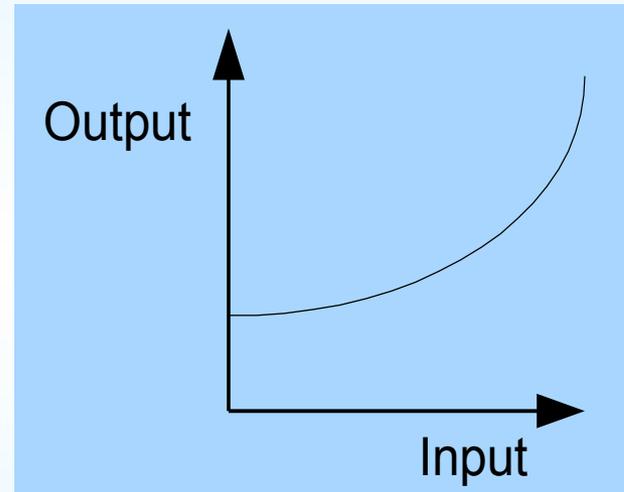
$$a = \frac{n \sum_n zy - \sum_n y \sum_n z}{n \sum_n y^2 - (\sum_n y)^2} \quad b = \frac{\sum_n z (\sum_n y)^2 - \sum_n zy \sum_n y}{n \sum_n y^2 - (\sum_n y)^2}$$



NON LINEARITA'



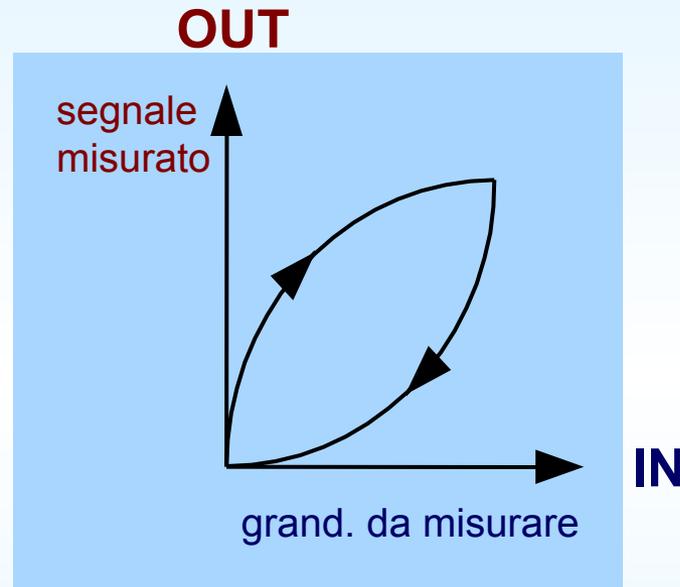
lineare



Non lineare



ISTERESI



Il segnale di uscita è differente a seconda che la grandezza da misurare aumenti o diminuisca



Precisione

- Negli strumenti di misura la precisione è definita in diversi modi. I più comuni sono:
- **Errore percentuale dell'indicazione di fondoscala**
 - L'errore assoluto massimo si determina moltiplicando l'errore percentuale dell'indicazione di fondoscala per il valore di fondoscala. Tale errore percentuale è denominato *classe* dello strumento
- **Errore percentuale della lettura**
 - Questo modo è impiegato particolarmente negli strumenti con scala logaritmica
- **Somma degli errori percentuali della lettura e del fondoscala**



Classe di uno strumento: esempio

- Ad esempio un voltmetro di classe 0,2 è caratterizzato da un errore assoluto al massimo uguale allo 0,2% del valore di fondoscala: se impiegato con una portata di 300 V, presenta pertanto un errore assoluto di $(0,2/100)300 = \underline{0,6 V}$
- Il limite superiore dell'errore assoluto è costante, e dipende solo dalla portata, ne deriva che l'errore percentuale della misura è tanto maggiore quanto più la lettura è fatta in prossimità dell'inizio della scala



Prestazioni dinamiche degli strumenti di misura

- Solo poche misure biomediche (come ad es. la temperatura corporea) sono quantità costanti o variabili molto lentamente. La maggioranza della strumentazione medica deve elaborare segnali che sono funzione del tempo
- Ha dunque interesse studiare la risposta dinamica di uno strumento di misura
- Equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti può essere molto spesso usata per descrivere la relazione tra ingresso e uscita di uno strumento



Prestazioni dinamiche degli strumenti di misura



- Se si considera uno strumento con ingresso y e uscita z , la relazione tra ingresso e uscita può essere espressa dalla formula

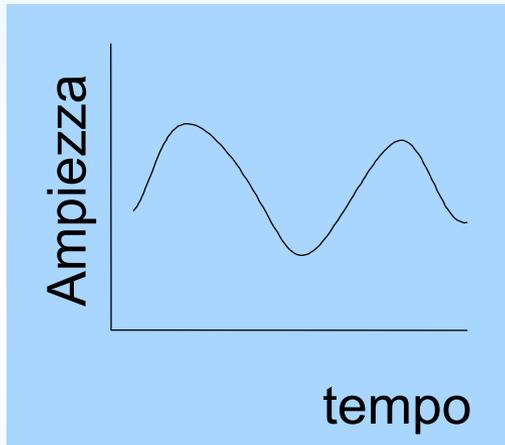
$$a_n \frac{d^n z(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} z(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dz(t)}{dt} + a_0 z(t) = b_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{dy(t)}{dt} + b_0 y(t)$$

Introducendo l'operatore differenziale $D^k = \frac{d^k}{dt^k}$

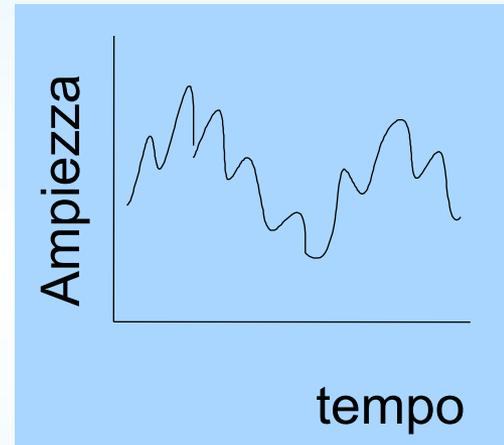
$$\left(a_n D^n + a_{n-1} D^{n-1} + \dots + a_1 D + a_0 \right) z(t) = \left(b_n D^n + b_{n-1} D^{n-1} + \dots + b_1 D + b_0 \right) y(t)$$



RUMORE



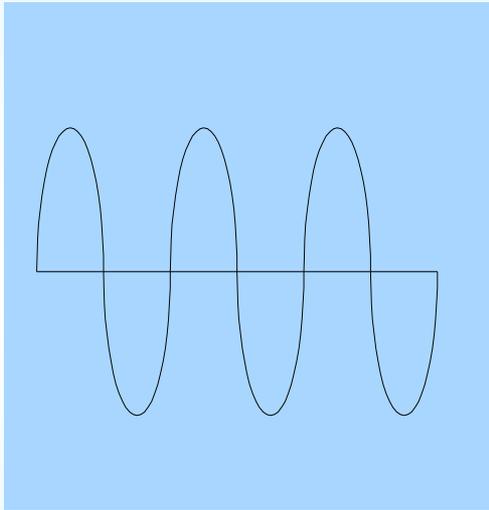
Segnale originario



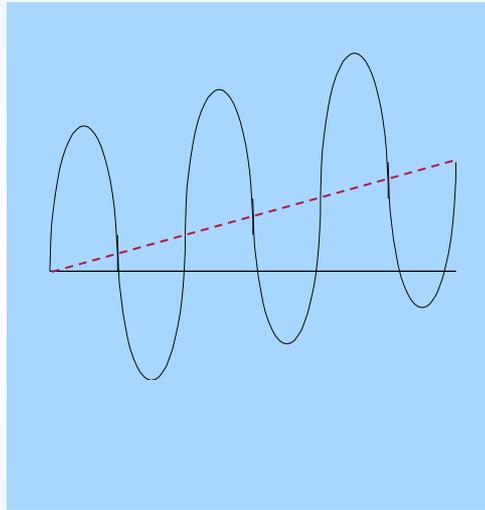
Segnale rumoroso



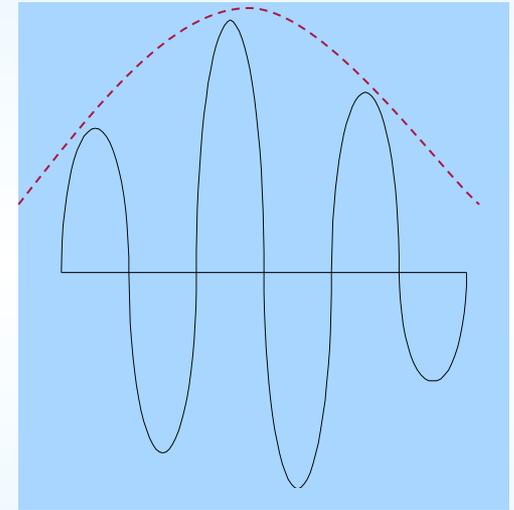
Deriva della linea di base - modulazione



Segnale originario



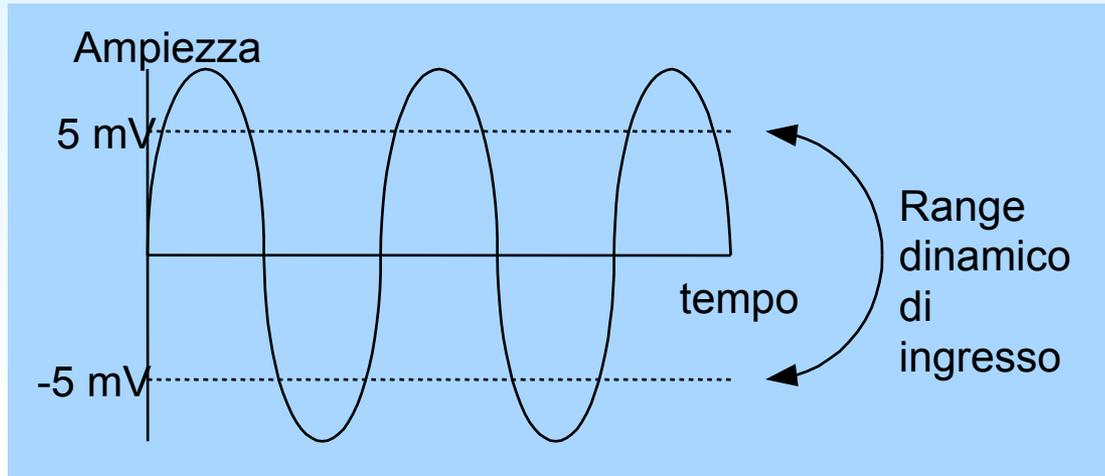
Baseline drift



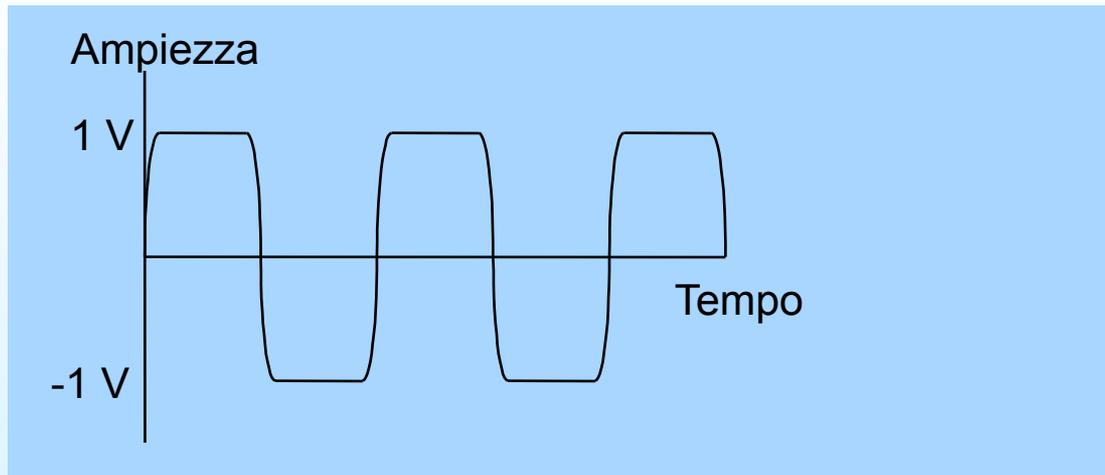
modulazione



Saturazione dell'amplificatore



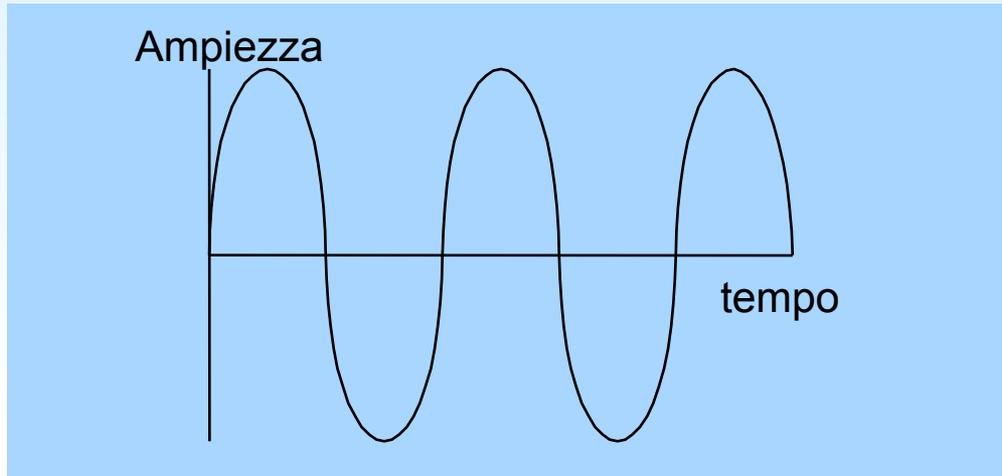
ingresso



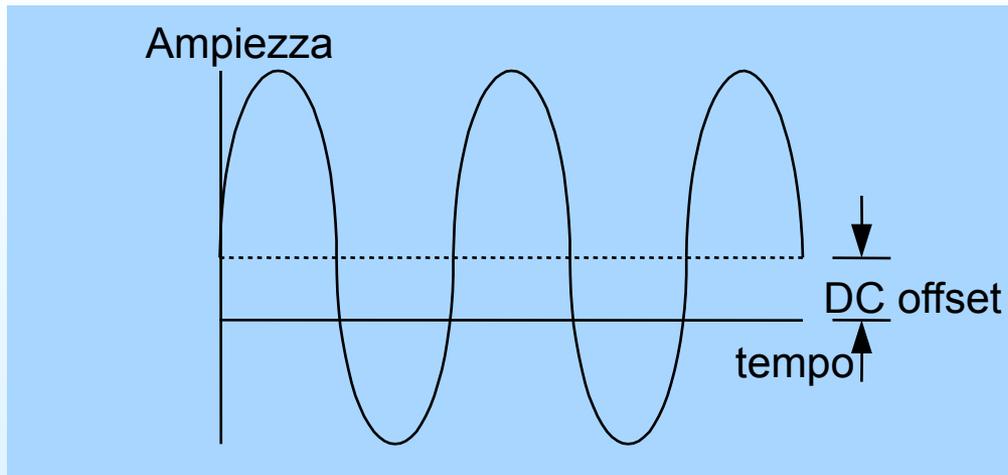
uscita



OFFSET



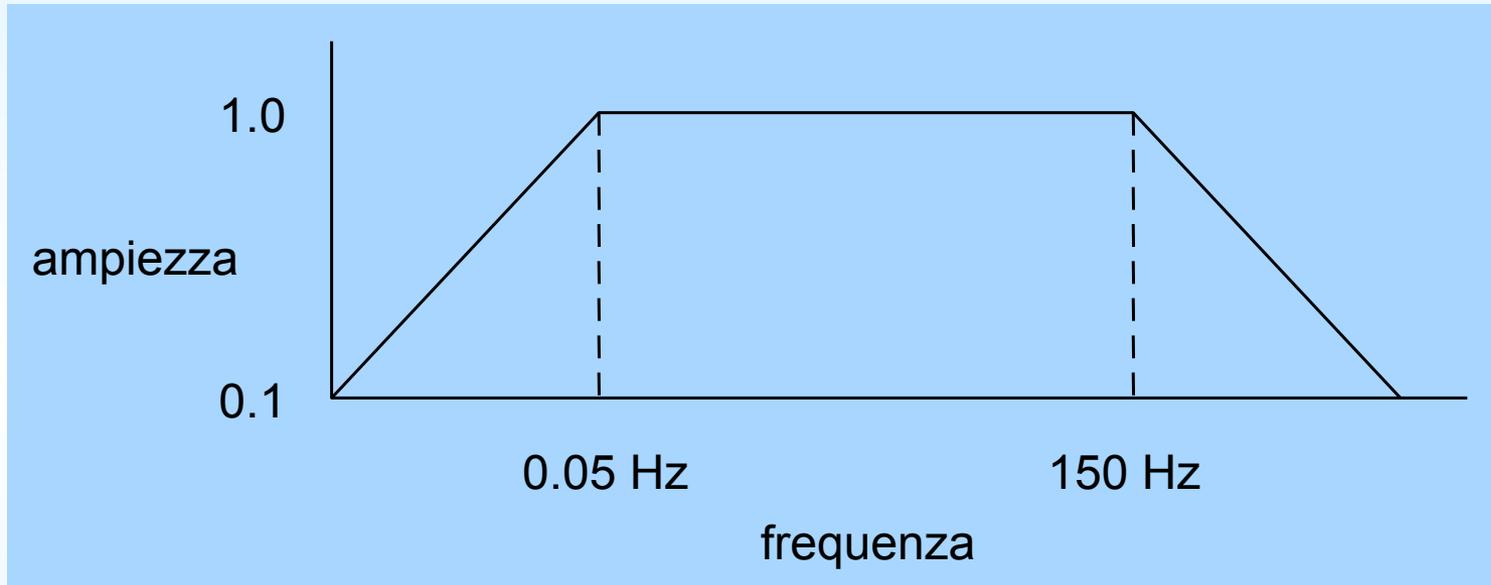
ingresso



uscita



Risposta in frequenza



Possibili risposta di un elettrocardiografo



Serie di Fourier

- Data una qualsiasi funzione **periodica** di periodo T continua con derivata continua a tratti e limitata, e' possibile scriverla come **somma di seni e coseni**:

$$v(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(2\pi nft) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(2\pi nft)$$

dove $f = 1/T$ e' la frequenza della funzione

- I **coefficienti** dello sviluppo sono dati dalle relazioni:

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T v(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cos(2\pi nft) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T v(t) \sin(2\pi nft) dt$$



Esempio: onda quadra

- Eseguiamo lo sviluppo in forma complessa della funzione onda quadra periodica di periodo T :

$$v(t) = \begin{cases} A & \text{per } 0 < t < \frac{T}{2} \\ -A & \text{per } \frac{T}{2} < t < T \end{cases}$$

I coefficienti dello sviluppo sono dati da

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} A e^{-i 2 \pi n f t} dt - \frac{1}{T} \int_{\frac{T}{2}}^T A e^{-i 2 \pi n f t} dt$$



Esempio: onda quadra

esprimendo il risultato in termini di a e b:

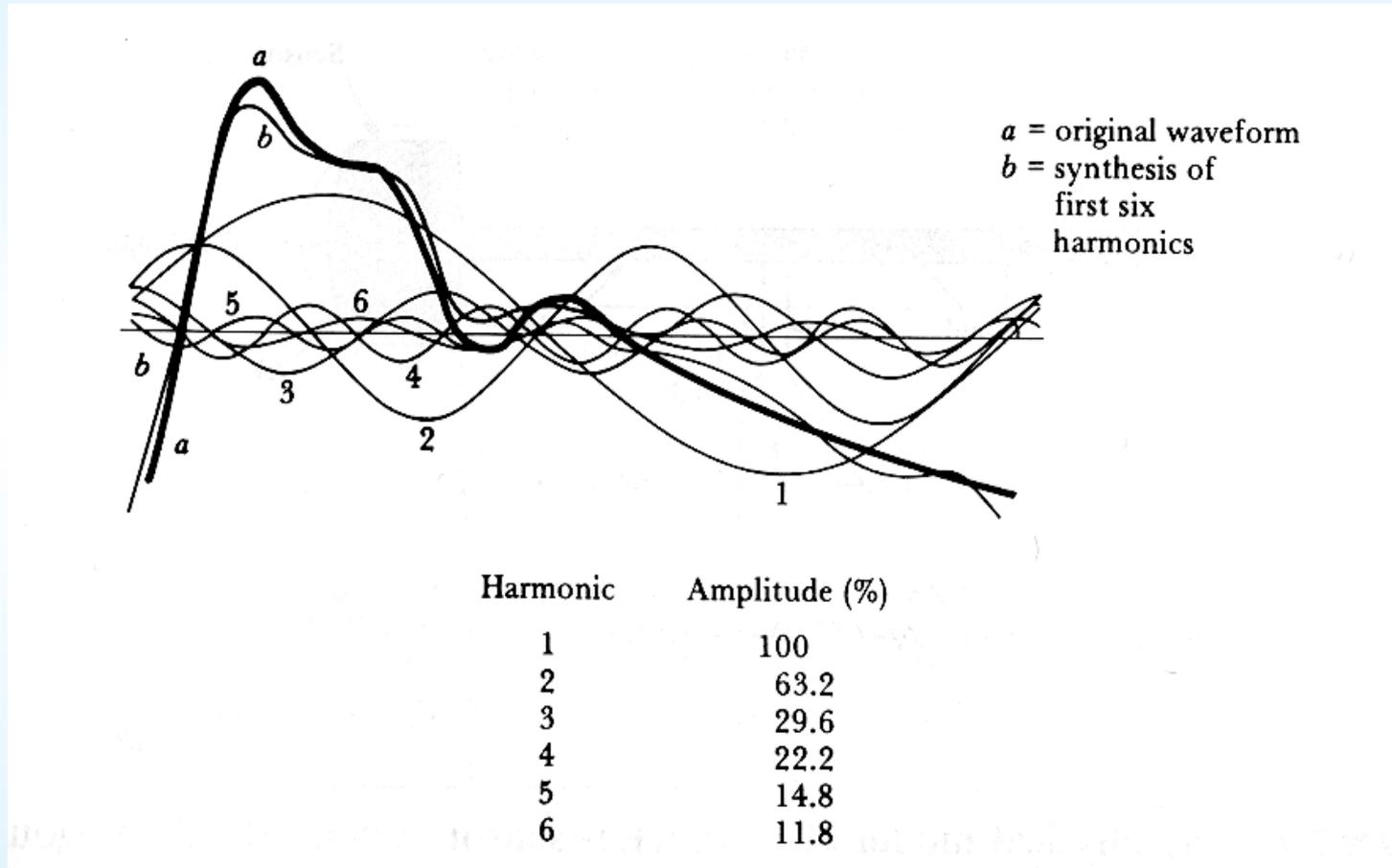
$$a_0 = 0 ; \quad a_n = 0 ; \quad b_n = \begin{cases} 0 & \text{per } n \text{ pari} \\ \frac{4A}{\pi n} & \text{per } n \text{ dispari} \end{cases}$$

possiamo quindi scrivere lo sviluppo dell'onda quadra come:

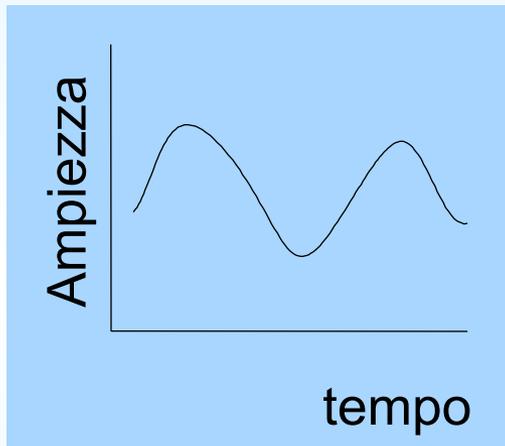
$$v(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n \text{ dispari}} \frac{\sin(2\pi nft)}{n}$$



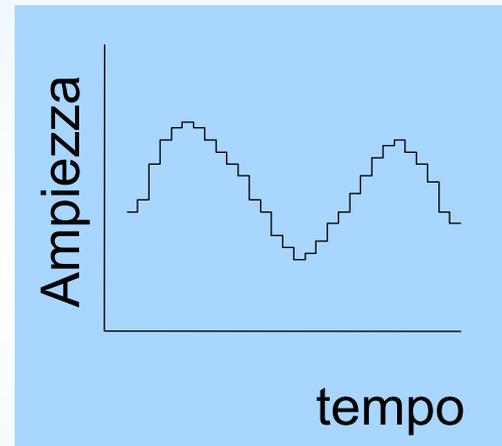
Contenuto frequenziale



Segnali ANALOGICI e DIGITALI



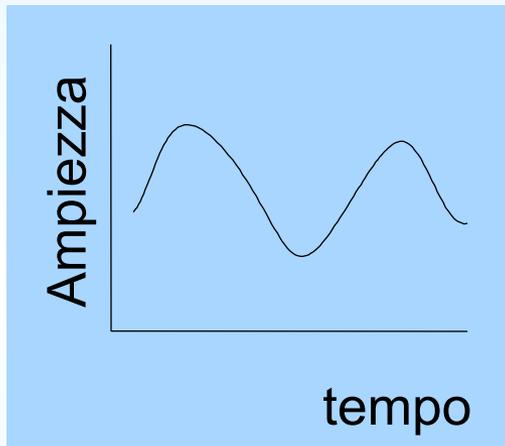
Segnale analogico



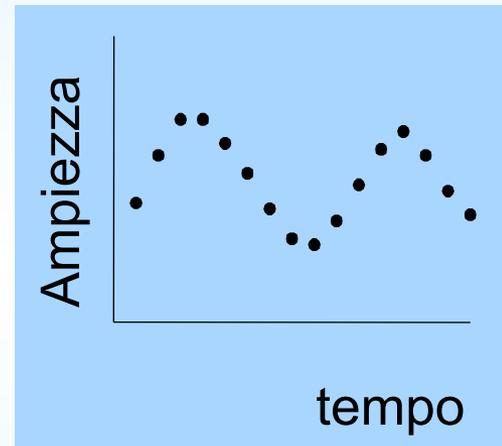
Segnale digitalizzato



CAMPIONAMENTO del segnale



Segnale tempo-continuo



Segnale campionato

